

Renatus Ziegler | Revolution des Denkens

Fragen, Übungen und Betrachtungen zu Metamorphosen des Denkens im Erlebnisfeld des Werkes «Die Philosophie der Freiheit» von Rudolf Steiner

7. Abenteuer des Denkens: Vorstellendes und reines Denken

Zu Kapitel III

Mit dieser Folge beginnt das Abenteuer des Denkens. Sie gibt Gelegenheit, wirklich zu erleben und dann zu erkennen, was es heißt, Ideen tätig anzuschauen. Denken bleibt kein fernes Ziel mehr, sondern offenbart sich erlebnisnah als vielseitiger und faszinierender aktiver Prozess. Dazu sind mathematische Ideen besonders geeignet, da sie relativ einfach zu überschauen und klar strukturiert sind; aber auch Übungen mit philosophischen Kategorien werden einbezogen. Es sind spannende Denkanstrengungen angesagt – wer Lust auf Erlebnisse hat, wird jedoch reich belohnt. Es ist wie auf einer die Durchhaltekraft herausfordernden Bergtour: Schon im anstrengenden Aufstieg, aber insbesondere am Ende winken weitausgreifende Aus-, Ein- und Übersichten. Man schafft sich Fähigkeiten und Bewegungskräfte im Denken, die zu einer soliden Grundlage für alles Weitere hinführen, insbesondere zu einer Erfahrungsgrundlage für die Selbstbegründung des Denkens, die hier und in dem Werk «Die Philosophie der Freiheit» an zentraler Stelle stehen. Letztere wird sich leichter erschließen lassen, wenn man sich einen gründlichen und vielseitigen Erfahrungsschatz mit dem tätigen Denken erarbeitet hat.

Für diese und alle weiteren Folgen gilt: Wenn ein Gedankengang zu schwer erscheint, er sich nach mehreren Anläufen nicht erschließt, so kann er weggelassen, übersprungen und bei einer späteren Gelegenheit bei Bedarf wieder vorgenommen und erneut aufgegriffen werden.

Es folgt ein kleiner Überblick über das weitere Vorgehen: Die 7. bis 10. Folge beschäftigen sich vorrangig mit dem tätigen Denken, mit seiner Befreiung zum reinen Denken und letztlich seiner beginnenden Vertiefung zum lebendigen Denken. Die Klärung der vielseitigen Natur des Denkens ist eine unabdingbare Voraussetzung für alles Weitere: sie liegt den Untersuchungen zur Natur des Erkennens und der Freiheit zugrunde.

In der 7. Folge geht es zunächst um Übungen zum reinen Denken, um eine übende Bekanntmachung mit seiner Natur, insbesondere um das Kennenlernen der dabei erlebten Inhalte, Ideen und Gesetzmäßigkeiten. Spezifische Methoden zur Untersuchung des Denkens selbst werden dann in der 8. Folge ausgearbeitet. Hier steht die Frage im Vordergrund: Wie kann ich mir Rechenschaft über die Tatsache und das Wesen des Denkens verschaffen? Ist eine Selbstaufklärung, eine Selbstbegründung des Denkens ohne Einbezug anderer Erklärungsmittel möglich (9. Folge)? In der 10. Folge werden diese Untersuchungen auf das denkende Ich ausgeweitet und zugleich eine Einführung in die Universalienlehre (Ideenrealismus) mit ihren aufsteigenden und absteigenden Bewusstwerdungsprozessen gegeben.

Die vorliegende 7. Folge beginnt mit einer Motivation zur besonderen Berücksichtigung des reinen Denkens (Abschnitt 7.1). Danach folgen als Einstieg verschiedene elementare Beispiele und Übungen zum reinen Denken, ausgehend von Übungen aus der Geometrie (Abschnitt 7.2). In den Übungen mit nichtmathematischen Ideen wird reines Denken auch außerhalb der Mathematik erarbeitet (Abschnitte 7.3 und 7.4). In den herausfordernden Übungen

Kooperationsprojekt zwischen der
Sektion für Schöne Wissenschaften
am Goetheanum in Dornach
(ssw.goetheanum.org) und dem
Philosophicum in Basel
(www.philosophicum.ch).

Für die «Briefe» wird kein Beitrag
erhoben, gerne sind Spenden
erbeten. Siehe Spenden-Hinweis:
ssw.goetheanum.org

7. Abenteuer des Denkens: Vorstellendes und reines Denken

mit arithmetischen Beispielen, also Übungen aus der Zahlenlehre, wird deutlich, was es heißt, anschauungsfrei und selbsttätig rein zu denken; um des *Erlebens* willen, also für eine nachhaltige Begegnung mit dem eigenen Denken, mit reinen Ideen, lohnt es sich, sich gerade auf solche Beispiele einzulassen (Abschnitt 7.5). Zuletzt folgt eine Besinnung auf das Erreichte, auf den Charakter, auf das Wesen des erübten reinen Denkens, insbesondere hinsichtlich seiner Inhalte (Abschnitt 7.6). Auf mögliche Einwände zu den vorliegenden Untersuchungen wird in Abschnitt 9.3 eingegangen.

Die Übungen nehmen in der vorliegenden Folge viel Raum ein – und sind doch nur Skizzen zur Anregung der Eigentätigkeit. Sie können in verschiedenste Richtungen selbstständig ausdifferenziert, vertieft und ausgebaut werden, was ausdrücklich allen Mitdenkenden empfohlen sei.

- Tätiges Denken ist eine kräftige und Freude bereitende Erfahrung selbstständigen Tuns.
- Tätiges Denken erschließt neue Erfahrungsfelder, reine Ideen, die das Leben bereichern, durch welche man das Leben in Klarheit erkennen und gestalten kann.
- Tätiges Denken ist wie Bergsteigen: Der Anstieg ist anstrengend, die Ausichten wunderschön, unersetzbar und einzigartig.
- Reines Denken ist reine Eigentätigkeit, die alle Fremdtätigkeit zurückdrängt.
- Reine Ideen sind von Vorstellungskomponenten gereinigte Erfahrungen von kristallklarem reinem Zusammenhang.

7.1 Warum reines Denken?

Die Schrift führt zuerst in abstraktere Gebiete, wo der Gedanke scharfe Konturen ziehen muss, um zu sichern Punkten zu kommen. Aber der Leser wird aus den dürren Begriffen heraus auch in das konkrete Leben geführt. Ich bin eben durchaus der Ansicht, dass man auch in das Ätherreich der Begriffe sich erheben muss, wenn man das Dasein nach allen Richtungen durchleben will. [...] Das Abendland fordert zur Wissenschaft keine frommen Übungen und keine Askese mehr, aber es verlangt dafür den guten Willen, kurze Zeit sich den unmittelbaren Eindrücken des Lebens zu entziehen, und in das Gebiet der reinen Gedankenwelt sich zu begeben. [XVII.8]

Reines Denken scheint in erster Näherung etwas Abgehobenes, etwas Lebensfremdes zu sein. Das ist vielleicht vorübergehend tatsächlich eine zutreffende Empfindung, bevor man sich klar gemacht hat, dass auf der einen Seite ein Durchgang durch das «Ätherreich» der reinen Ideen zu einer Selbstbesinnung führt, mit welcher man umso tiefer, phantasievoller und bewusster in das volle Leben eintauchen kann. Auf der anderen Seite erweist sich das reine Denken schließlich selbst als lebensvoll, voller Willenstätigkeit und Hingabe, eben als lebendiges Denken. Das ist ein spannender und erlebnisreicher Weg, der mit dieser 7. Folge beginnt und mit den Untersuchungen zum Übergang von der «Wissenschaft der Freiheit» zur «Wirklichkeit der Freiheit», also mit dem Übergang zum zweiten Teil des Werkes «Die Philosophie der Freiheit», einen ersten Höhepunkt hat.

Übung: Wie erleben Sie ihr Denken? Ist es für Ihr Leben hilfreich, oder stört es Ihre Ruhe, Ihre Verbindung mit der Natur, mit dem Göttlichen oder mit dem prallen Leben? Führt es zum Leben hin oder von ihm weg? Trocknet es Sie aus oder macht es Sie lebendig?

7. Abenteuer des Denkens: Vorstellendes und reines Denken

Oft wird Denken als spritziger Einfall, als glücklich machendes Sprudeln von «Ideen» erlebt, oder es zeigt sich als unzulängliches Sinnieren, eventuell als mühsamer Routinevorgang, der einen austrocknet, den man abarbeiten muss und am liebsten in einen automatisiert ablaufenden Prozess auslagern würde. Manchmal steht es auch im Wege, um sich einer Sache wirklich zuzuwenden: es füllt einen aus mit Vorurteilen oder mit das Selbst nicht lassenden, um sich selbst kreisenden Gedanken. Dann bricht man gerne aus ins Getümmel des Lebens, erlebt und/oder erhitzt sich durch (Extrem-)Sport, ausuferndes Spiel, mediale Ablenkung etc. Aber das Denken holt einen *immer* und *unweigerlich* wieder ein: Es steht am Anfang und am Ende solcher Ausflüge: Es zeigt sich in dem Entschluss (allenfalls in der nachherigen Entschuldigung oder Rechtfertigung) zu den eventuell schwer zu begrenzenden Abenteuern mit den dazugehörigen Erfahrungsdimensionen und dann in dem Verarbeiten (oder auch dem Entschluss zum Ignorieren) des Ausgangs der Erlebnisse.

Es mag eine Zeit brauchen, bis mir dämmert, bis ich zuzugeben bereit bin, dass *in allem und jedem*, was ich tue, zu was ich mich entschieße, was ich vermeide, was ich wünsche, auf was ich mich einlasse oder nicht, ein Denkvorgang steckt und alles begleitet. Falls ich mich bewusst oder unbewusst allein von äußeren Faktoren (Traditionen, sozialer Druck, politische und wissenschaftliche Meinungen etc.) oder von inneren Erlebnissen (Emotionen, Gewohnheiten, Triebe, Vorurteile, Gewissen etc.) bestimmen lasse, so offenbart alles dies ein Scheitern der Selbsterkenntnis und Selbstbestimmung im Verein mit einem Scheitern der Selbstführung, der Selbstgestaltung. Und an der Wurzel all dessen steht das Alltagsdenken: vernachlässigt, gemieden, ignoriert, routiniert, smart, sprudelnd, sich selbst überlassen, verwahrlost – also alles andere als ein mit Bewusstsein, Hingabe und Würde gehandhabter Prozess.

Noch einmal: Zu was immer ich mich entschieße, was immer ich für mich zurechtlege, was ich zu wissen meine, von was ich mit Sicherheit überzeugt bin, was ich zu fliehen versuche: Mein Denken ist verantwortlich, unvermeidbar involviert, es wird mich immer wieder einholen. Ich kann ihm in keiner Weise entrinnen. Also, wenn es schon nicht anders geht, warum nicht direkt, unmittelbar und tatkräftig auf das Denken zugehen? Es in das eigene Erleben hereinholen und analysieren, es selbst wieder neu aufbauen und lernen, es neu zu verstehen, zu erkennen und anzuwenden im freien Handeln?

Ich kann Denken zu einer Liebesaffäre machen und ihm dadurch sein Leben, sein Herz, sein Wesen wieder zurückgeben. Ich kann es ins Zentrum meines Urteilens und Tuns stellen, es kennenlernen wollen bis in seinen innersten Kern. Bin ich bereit? Brauche ich dafür einen Grund? Liebe ich auch sonst nur aus bestimmten Gründen – ja, vielleicht (zu) oft – aber ist das die Natur der Liebe? Und im Übrigen: Gründe kommen auch aus dem Denken. Also: Warum das Denken nicht einfach nur um seiner selbst willen lieben und vollziehen? «Selbstlos», unbeschränkt und unaufhörlich?

Gibt es eine Möglichkeit, nicht nur das, was vom Ding zu uns herüberfließt, zu begreifen, sondern auch in die Dinge hineinzutauchen, sich mit der Materie zu identifizieren? Diese Frage ist auch für die Erkenntnistheorie wichtig. Sie kann nur von demjenigen beantwortet werden, der sich in die Natur des Denkens, des *reinen Denkens*, vertieft hat. Zu diesem Begriff des reinen Denkens muss man sich zuerst aufschwingen. Das reine Denken können wir nach Aristoteles als Aktualität bezeichnen. Es ist reine Form; es ist zunächst, so wie es auftritt, ohne Inhalt in Bezug auf die unmittelbaren, einzelnen Dinge in der sinnlichen

7. Abenteuer des Denkens: Vorstellendes und reines Denken

Wirklichkeit draußen. Warum? Machen wir uns einmal klar, wie der reine Begriff im Gegensatz zur Wahrnehmung entsteht.

Man stelle sich vor, dass man sich den Begriff des Kreises bilden will. Das kann man, wenn man zum Beispiel hinausfährt aufs Meer, bis man rings um sich herum nur Wasser sieht; dann hat man sich durch die Wahrnehmung die Vorstellung eines Kreises gebildet. Es gibt aber eine andere Art, zum Begriff des Kreises zu kommen, indem man nämlich, ohne an die Sinne zu appellieren, sich folgendes sagt: Ich konstruiere mir im Geiste die Summe aller Orte, welche von einem Punkt gleich weit entfernt sind. Um diese ganz im Innern des Gedankenlebens verlaufende Konstruktion zu bilden, braucht man nicht an Äußerliches zu appellieren; das ist durchaus reines Denken im Sinne des Aristoteles, reine Aktualität. [Philosophie und Anthroposophie 37-38, S. 98 f.]

7.2 Vom Vorstellen zum reinen Denken und zurück: Geometrische Übungen

Nun also zur Sache, zum Üben: Fangen Sie an. Freuen Sie sich auf Kommendes! Tätiges Denken ist wie Bergsteigen: Der Anstieg ist anstrengend, die Ausichten wunderschön, unersetzbar und einzigartig.

Übung: Stellen Sie sich eine Kreislinie, die Peripherie eines Kreises vor. Um besser auf den Weg zu kommen, können Sie sich auch kreisförmige Gegenstände anschauen (Uhr, Tellerrand, Tassenrand, Rand des Mondes oder der Sonne) und sich daraus ihre Vorstellung bilden. Dann versuchen Sie, einen solchen in die Vorstellung gehobenen Kreis auf die verschiedensten Arten in Bewegung zu versetzen.

Es kann schon schwierig genug sein, eine feste Kreisform in der Vorstellung aufrecht zu erhalten. Dann versuche man einfach, die Form innerlich immer wieder zu «malen». Wie konkret man sich die Kreislinie vorstellt (Dicke und Farbe der Kreislinie, Größe etc.) ist individuell sehr verschieden und soll hier keine Rolle spielen. Bei der Bewegung der Kreisvorstellung konzentriert man sich auf diejenige Variante (es gibt einige andere: eine *Übung* zum selber ausarbeiten), bei welcher der Mittelpunkt und die Ebene des Kreises fest bleiben, sich der Kreis also nur weitet und wieder zusammenzieht. Dabei gibt man sich zunächst ganz dem Fluss der Bewegung hin und lässt etwa Kreise aus dem Mittelpunkt entspringen und wieder in ihn verschwinden. Wird dieser Fluss von beweglichen Kreisvorstellungen angehalten, so «fällt» man in eine fixe Vorstellung zurück, die einem einen gewissen Halt gegenüber der fließenden Bewegung zu geben vermag. Auf jeden Fall erscheint die feste Form jetzt in einem neuen Licht: Sie wirkt wie gefroren, abgefallen aus einer ursprünglicheren quellenden Bewegung. Man ahnt dabei vielleicht, wie feste Formen Endprodukte, Ausfällungen von bewegten Formflüssen oder -metamorphosen sein können.

Gelingt es, auch in der neuen Beweglichkeit zu verweilen, so kann man sich fragen, ob es auch in ihr etwas Festes, Invariantes gibt (abgesehen vom festen Mittelpunkt und der Kreisebene, in welcher sich das alles abspielt). Wodurch sind alle Kreisformen bedingt? Wodurch weiß ich, dass es alles Kreise sind? Sie erfüllen alle dieselben Bedingungen, dieselbe Gesetzmäßigkeit. Sie kann etwa folgendermaßen festgehalten werden: Kreise sind Kurven in einer Ebene (geometrische Orte, Punktmengen), deren Punkte alle von einem festen Punkt derselben Ebene denselben Abstand haben. Man versuche die Präsenz dieses Gesetzes in der fließenden Bewegung zu bemerken. Ist es nicht dasjenige, was dieser Bewegung eine Ordnung, einen Halt gibt, sodass sie nicht in irgendein Chaos zerfließt?

Nun versuche man, dieses Gesetz selbst ins Auge zu fassen und dabei immer mehr die fließende Bewegung zu verlassen oder zu ignorieren. Es braucht

7. Abenteuer des Denkens: Vorstellendes und reines Denken

eine ganz neue Aktivität, oder eine andere Form von Hingabe, sich auf dieses Gesetz zu konzentrieren. Die Kreisidee ist nicht im gewöhnlichen Sinne «da», sie kann nicht so angeschaut werden, wie ein fester Kreis oder eine bewegliche Kreisvorstellung. Sie hat keinerlei spezifische Merkmale wie Ort, Größe, Farbe: Sie besteht aus reinen Beziehungen. Denn für das Kreisgesetz kommen weder der Ort des Mittelpunktes, noch die Länge des Radius noch die genaue Lage in der Ebene in Betracht, sondern eben nur die Relationen zwischen den Punkten der Peripherie, zwischen dem Mittelpunkt und dem Radius sowie die Lage aller dieser Elemente in einer Ebene.

Bemerke ich die neue Souveränität, die ich gewinne mit diesem Kreisgesetz gegenüber einem festen Kreis oder auch gegenüber den in meiner Vorstellung ablaufenden Kreisbewegungen? Letztere sind alle diesem Gesetz unterworfen. Ich kann mit diesem Gesetz in meinem Denken jede Kreisform «erzeugen». Jeder Kreisfluss und gar jeder einzelne Kreis ist dann wie ein spezifischer Ausdruck des universellen Kreisgesetzes. Das Potential dieses Kreisgesetzes übersteigt alles, was ich mir *vorstellen* kann: Es ist die ordnende Kraft für *alle* Kreisformen, vorgestellte und noch nicht vorgestellte, reale oder noch nicht reale Kreislinien an irgendwelchen Gegenständen. Man kann das Kreisgesetz zwar nicht vorstellen, aber man kann es *denken*, falls es gelingt, sich auf die reinen Relationen zu beschränken und weder auf die konkreten Formen noch gar auf sprachliche Formulierungen zu achten.

Besinne ich mich kurz auf das bisher Erreichte, so habe ich ein lebendiges Wechselspiel zwischen Vorstellung von Kreisen und Denken des Kreisgesetzes kennengelernt. Man beginnt zu erleben, dass nicht nur Vorstellungen angeschaut werden können, sondern auch Ideen, letztere allerdings nur im Kontext einer von mir selbst ausgeübten Tätigkeit, einer aktiven Zuwendung, eines anschauenden Tätigseins.

Um noch mehr in das lebendige Wechselspiel von Vorstellen und Denken sowie insbesondere in die schauende Qualität des tätig ideenbildenden Denkens hineinzukommen, werden noch weitere Varianten der Elemente des Kreisgesetzes durchgegangen.

Übung: Was ist der geometrische Ort aller Punkte in einer Ebene, die von einem Punkt außerhalb der Ebene denselben Abstand haben?

Der geometrische Ort aller Punkte im Raum, die von einem Punkt in diesem Raum denselben Abstand haben, bilden eine Sphäre. Die vorangehende Übung kann dann so betrachtet werden, dass man den Schnitt einer Sphäre mit einer Ebene, die nicht durch den Mittelpunkt der Kugel geht, aber die Sphäre schneidet, ins Auge fasst. Man beachte, dass man sich diese Verhältnisse in der Regel an einer konkreten Vorstellung von Kreisen, Sphären und Ebenen klar macht, die Gültigkeit der Relationen aber nicht an der Konkretheit einer solchen *Hilfsvorstellung* haftet. Sie ist allein bedingt durch die dieselben bloß repräsentierenden, aber nicht unmittelbar ausdrückenden *Relationen* (Beziehungen, Zusammenhänge) der beteiligten geometrischen Elemente.

Übung: Was ergibt sich in einer Ebene, wenn Sie alle Punkte betrachten, welche denselben Abstand haben zu zwei Punkten, zu zwei Geraden oder zu einem Punkt und einer Geraden? Übertragen Sie die entsprechenden Verhältnisse auf den Raum.

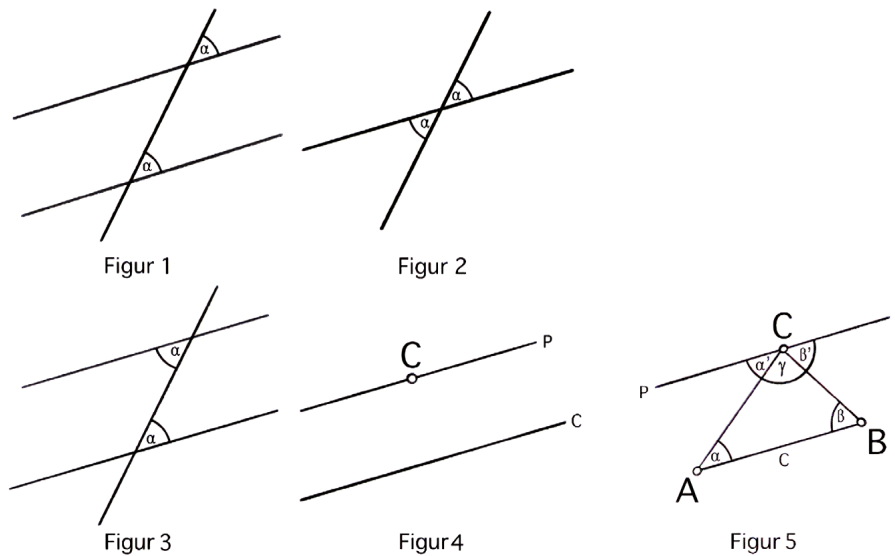
Übung: Beweisen Sie, dass die Winkelsumme eines in einer euklidischen Ebene liegenden Dreiecks 180° ist.

Für einen mathematischen Beweis muss man sich erst die Elemente und Bedingungen zurechtlegen, welche für einen solchen Beweis relevant sind. Zunächst gilt: Drei Punkte bestimmen dann und nur dann ein Dreieck, wenn

7. Abenteuer des Denkens: Vorstellendes und reines Denken

sie nicht zusammenfallen und nicht auf einer Geraden liegen. Drei Geraden bestimmen dann und nur dann ein Dreieck, wenn sie nicht zusammenfallen, nicht alle durch einen und denselben Punkt hindurchgehen und wenn keine zwei davon parallel sind.

Die für den Beweis notwendigen Vorbedingungen sind: Stufenwinkel einer zwei parallele Geraden schneidenden Geraden sind gleich (Figur 1). Gegenüberliegende Winkel sind gleich (Figur 2). Daraus folgt: Wechselwinkel einer zwei parallele Geraden schneidenden Geraden sind gleich (Figur 3). – Zu einer Geraden c und einem Punkt C außerhalb derselben gibt es genau eine Parallele p (Figur 4); letzteres ist die sogenannte *euklidische* Bedingung: sie schließt aus, dass es nicht mehrere oder keine Parallelen gibt, was zu ganz anderen, eben nichteuklidischen Geometrien führen würde (was hier nicht weiter verfolgt werden kann).



Nun kann man zum Beweis schreiten, dass die Winkelsumme $\alpha + \beta + \gamma$ eines Dreiecks in einer euklidischen Ebene (Figur 5) zwei rechte Winkel, oder 180° beträgt, falls man von der Übereinkunft ausgeht, dass der Vollwinkel 360° hat. Der entscheidende Gedanke für den Beweis ist die Einführung einer Geraden p durch eine der drei Ecken («Spitze» C), welche parallel ist zur gegenüberliegenden Seite («Basis» c). Damit ergibt sich: Wegen $\alpha = \alpha'$ und $\beta = \beta'$ (Wechselwinkel) ist

$$\alpha + \beta + \gamma = \alpha' + \beta' + \gamma = 180^\circ.$$

Damit ist der Beweis vollendet, da dem Gedankengang ein beliebiges Dreieck zugrundeliegt.

Solche Übungen, bei denen kürzere oder längere Argumentationen eine Rolle spielen, ermöglichen das Erleben einer Denkkraft, welche von einem ideellen Sachverhalt zum nächsten überleitet und dabei diese Sachverhalte selbst im inneren Auge hat und behält – andernfalls verliert man den Faden. Wer Lust auf weitere solche Argumentationen hat, gehe gleich zu Abschnitt 7.5.

7.3 Philosophische Übungen: Horizont und Grenze, aristotelische Kategorien

Übung: Untersuchen Sie das Verhältnis von Horizont, Grenze und Schwelle im Sehraum.

Das Erleben eines *Horizontes* zeigt nur ein Diesseits, ein hinter dem Horizont Liegendes ist nicht beobachtbar – sonst wäre es kein Horizont, sondern eine Grenze. Und doch: ein erlebter Horizont legt ein Jenseits nahe (sonst ist

7. Abenteuer des Denkens: Vorstellendes und reines Denken

es kein Horizont), auch wenn dieses Jenseits (im Moment) nicht zugänglich ist, und nur erschlossen oder vermutet werden kann. Ein Horizont gibt auch Stabilität und Sicherheit im Gegenübersein: Man ist hier – und dort, weit weg, ist der Horizont. Ein Horizont scheint erreichbar und doch zugleich (meist) sehr weit entfernt zu sein.

Ganz anders stellt sich ein horizontfreies Erleben dar, ein offener «grenzenloser» Raum, etwa bei einem Blick nach oben zum offenen, wolkenfreien Himmel bei Tag oder bei Nacht. Hier fühlt man sich befreit, offen für Neues und doch fest und sicher auf dem Boden stehend. Horizontfrei ist allerdings auch dichter Nebel oder sind bis auf den Boden reichende Wolken: hier fühlt man sich jedoch eher verunsichert, man ist radikal auf ein eng begrenztes Diesseits geworfen, mit einem zwar vermuteten aber nicht erfahrenen und gegebenenfalls gefährlichen Jenseits (Abgrund, Wegblockierung).

Ist ein Horizont in der Form einer mehr oder weniger waagrechten Sehgrenze vorhanden, so kann man auf ihn «zugehen», sich ihm annähern. Das zunächst am Horizont erblickte – die Insel im Meer oder ein Bergkamm – rückt näher, wird zur *Grenze*, die nun, je nach landschaftlicher Gestaltung, ein konkretes Jenseits offenbaren wird – ein Hügel auf der Insel oder weitere Bergkämme; dabei tauchen neue Dinge als Horizonte auf, die dann bei weiterem Vorrücken ebenfalls zu Grenzobjekten werden können, also einen Vordergrund von einem beobachtbaren Hintergrund abgrenzen.

Kommt man den als Grenzen erlebten Objekten (Ufer der Insel, Hügelkuppe) noch näher, erreicht man sie gar, so kann man sie überschreiten und sie werden damit zu *Schwellen*. (In den Bergen kann es allerdings vorkommen, dass ein von weitem als Grenze erfahrener Bergkamm beim Näherkommen wieder zum Horizont wird und erst beim Erreichen *dieses* Horizontes nahezu zugleich zur Grenze und zur Schwelle wird.)

Zusammenfassend könnte man sagen: Ein offener Raum ist horizontfrei und grenzenlos, ein Horizont offenbart ein Diesseits und lässt ein Jenseits vermuten oder erhoffen; eine Grenze trennt ein erfahrbares Diesseits von einem erfahrbaren Jenseits hinter der Grenze und mit der Schwelle überschreitet man die Grenze und erobert das Jenseits als Lebensfeld.

Man beachte: Zieht man andere Sinnesqualitäten hinzu, wird die Sache komplizierter. So ist etwa der Boden, auf dem man steht und geht, sowohl für das Sehen als auch für das Tasten ein Horizont, der nicht so ohne Weiteres zur Grenze oder gar zur Schwelle werden kann.

In dieser Übung kann der Kontrast von Vorstellungsinhalten und Denkinhalten erlebt werden. Erstere werden durch letztere geordnet, strukturiert. Dies gelingt jedoch nur dann in befriedigender Weise, wenn über die Ordnung schaffenden Ideen Klarheit herrscht, das heißt, wenn man sie als reine Ideen in ihren gegenseitigen Beziehungen zu denken vermag. Genau das ist auch das Ziel der folgenden Übung.

Übung: Beschäftigen Sie sich noch einmal mit den im Abschnitt 6.4 dargestellten Kategorien Wesen, Erscheinung und Medium.

Die Kategorien Wesen, Erscheinung und Medium werden exemplarisch anhand des im Abschnitt 7.2 entwickelten Beispiels der Kreisvorstellung aufgegriffen. Das hier in Betracht kommende Wesen ist dann das durch einen Menschen vorgestellte oder anderweitig zur Erscheinung gebrachte Kreisgesetz. Im Falle einer Kreisvorstellung ist das Medium das Vorstellungsbewusstsein oder Gegenstandsbewusstsein (gespeist durch Erinnerungsbruchstücke, aus dem die Kreisvorstellungen aufgebaut werden), also ein nichtsinnliches Medium. Im Falle der Zeichnung eines konkreten Kreises auf eine Tafel, Papier,

7. Abenteuer des Denkens: Vorstellendes und reines Denken

Whiteboard oder Tablet sind es die entsprechenden physischen Medien (Tafel + Kreide, Papier + Bleistift, Whiteboard + Marker, Tablet + durch Sensoren erweiterter elektronischer Zeichenstift). Die jeweiligen Erscheinungen des Kreises haben Teil sowohl am Wesen (Kreisgesetz), ihrer Form nach, als auch am Medium, ihrem Stoff nach. Mit Bleistift gezeichnete Kreise sehen anders aus als mit dem Tablet gezeichnete, sind jedoch beides Mal Kreise, vielleicht sogar von derselben Größe, abgesehen vielleicht von der jeweiligen Dicke der Linien.

Die Beziehungen von Wesen, Erscheinung und Medium kann weiter ausdifferenziert werden. Die Herausarbeitung einer Erscheinung bedarf der *Wirkung* des Wesens auf das Medium (Wirksame Führung des Bleistiftes auf der Unterlage), was einen entsprechenden Prozess des *Leidens* oder Erleidens des Mediums oder der Medien zur Folge hat (Abnutzung des Bleistifts, eventuell unausradierbare Einwirkung des Graphits und des Drucks auf das Papier vermöge Einkerbung). Eine Rückwirkung des Mediums auf das ausführende Wesen und damit ein dieses selbst betreffendes Leiden (im Sinne des Ergebnisses einer externen Einwirkung: Erleiden) ist auch zu beobachten: Wiederholtes Zeichnen von Kreisen erhöht die Fähigkeit des Zeichnens von Kreisen.

Die *Qualität* des Mediums (relativ zum Wesen) bezieht sich auf seine mehr oder weniger dem Zeichnen von Kreisen entgegenkommende oder verhindernde Wesensart (ja: dem Medium selbst kommt auch ein Wesensgesetz zu). So ist etwa ein stark gemasertes weiches Stück Holz wenig geeignet, darauf einen Kreis zu zeichnen: man «stolpert» immer wieder über die Maserung; ein raues Papier ist schon eher und ein glattes Papier sehr gut an das Zeichnen von Kreisen angepasst (das kann aber wiederum von den Gewohnheiten und Fähigkeiten des zeichnenden Menschen sowie den Zeicheninstrumenten abhängen). Damit ist man bereits bei denjenigen Qualitäten angekommen, die ein *mehr* oder *weniger* zulassen, also den eigentlichen *Quantitäten*: Ein Medium kann mehr oder weniger rau, eben, weich, hart, elastisch, plastisch etc. sein.

Geht man vom Medium zu den darin zum Ausdruck kommenden Erscheinungen über, so können diese in verschiedenen *Relationen* zueinander stehen. Hat jemand vereinzelte Kreise irgendwo auf eine Tafel gezeichnet, so schließen sich diese in ihrem Dasein nicht aus, sie sind gemeinsam da: sie stehen generell in einem *Raumverhältnis*. Darüber hinaus handelt es sich um eine (intendierte oder nichtintendierte) spezifische Konfiguration oder Konstellation von Kreisen: Sie stehen in einem bestimmten Raumverhältnis (wie etwa bei einem Bild von Sophie Taeuber-Arp), haben eine Raumgestalt, haben eine bestimmte *Lage*. Sieht man dagegen auf die anhand des Kreisgesetzes durch ein Subjekt geleistete Bewegung einer Kreisvorstellung, so entstehen daraus unentwegt neue einzelne Kreise, deren Daseinsformen jeweils untereinander gesetzmäßig zusammenhängen. Das faktische Dasein der einzelnen Kreise schließt sich aber jeweils aus: die Kreise erscheinen hintereinander (falls man im Vorstellungstableau nicht gerade einen umfassenden Kreisfluss in der Ebene generiert): Wenn der eine Kreis erscheint, so schließt das das Erscheinen eines anderen Kreises im selben Moment aus. Sie sind alle aus *einem* Wesen entsprungen und stehen zugleich in einer generell *zeitlichen* Abfolge zueinander, also in einem Zeitverhältnis. Auch diese Zeitfolge ist nicht beliebig, sondern zeigt eine bestimmte Art des Zeitablaufs, folgt also einer bestimmten Zeitgestalt (variierende oder gleichbleibende Geschwindigkeit): Die Kreise haben eine bestimmte *Bewegung*.

Damit wurden die zehn aristotelischen Kategorien für eine detaillierte Erfassung des Zusammenhangs von Wesen, Erscheinung und Medium fruchtbar gemacht. Tabelle 7.1 fasst die Ergebnisse zusammen.

Tabelle 7.1: Aristotelische Kategorien im Kontext von Wesen, Medium und Erscheinung

Kategorien	Bedeutung
Erscheinung	Die Folgen der Auseinandersetzung eines Wesens mit einem Medium sind die <i>Erscheinungen</i> oder <i>Substanzen</i> .
Wirken	Ein Wesen ist als ein <i>Wirkendes</i> relativ zum Medium der Erscheinung. Das Medium <i>wirkt</i> auf das Wesen zurück.
Leiden	Das Medium ist als ein <i>Erleidendes</i> relativ der zur Erscheinung drängenden Wirkung eines Wesens. Die Rückwirkung des Mediums auf das Wesen hat ein <i>Leiden</i> des Wesens zur Folge und damit einen <i>Bewusstwerdungsprozess</i> .
Qualität	Die ausschließlich durch das Medium und nicht durch das Wesen bedingten Eigenschaften einer Erscheinung sind deren <i>Qualitäten</i> . Sie sind Wesensmerkmale des Mediums und lassen bei der Erscheinung kein mehr oder weniger zu. Sie sind für die Erscheinung konstitutiv: es sind notwendige Erscheinungsbedingungen.
Quantität	Erlauben bestimmte konkrete Ausprägungen einer Qualität ein mehr oder weniger, eine Variation bei gleichbleibender Qualität und gleichbleibenden Wesensmerkmalen, so handelt es sich um <i>Quantitäten</i> .
Relation	Verschiedene Erscheinungen ein und desselben Wesens haben kraft dieses Wesens und kraft des Mediums bestimmte <i>Relationen</i> untereinander.
Raum	Schließen sich Erscheinungen eines Wesens in ihrem Dasein nicht aus, so haben sie eine <i>räumliche</i> oder <i>simultane</i> Relation.
Lage	Die konkrete Anordnung von im Raumesverhältnis daseienden Erscheinungen ist deren <i>Lage</i> oder <i>Raumgestalt</i> .
Zeit	Schließen sich Erscheinungen eines Wesens in ihrem Dasein aus, so haben sie eine <i>zeitliche</i> oder <i>sukzessive</i> Relation.
Bewegung	Die konkrete Anordnung von im Zeitverhältnis daseienden Erscheinungen ist deren <i>Bewegung</i> oder <i>Metamorphose</i> , deren <i>Zeitgestalt</i> .

Die Beispiele von Wesen-Erscheinung-Medium und der aristotelischen Kategorien zeigen, dass klar gefasste Idee nicht nur in der Mathematik notwendig sind, sondern auch in der Philosophie. Sie sind auch deutlich «abstrakter» oder umfassender und damit nur mit erhöhter tätiger Aufmerksamkeit zu ergreifen. Dies bedarf fortgesetzter Übung und Anwendung. An ihnen und mit ihnen wird jedoch immer deutlicher, was mit reinem ideenbildendem Denken gemeint ist, was im Abschnitt 7.6 genauer dargestellt wird, wo die Ergebnisse aus diesen Übungen herausgearbeitet werden.

Übungen: Wenden Sie die aristotelischen Kategorien auf andere Erscheinungsprozesse an: (1) Kristallisation eines Salzkristalls aus einer gesättigten Salzlauge mit Kristallisationskeim. (2) Metamorphose einer einjährigen Pflanze (Same, Keimling, Stängel, Stängelblätter, Blütenknospe mit Staubblättern, Fruchtknoten, Blütenblättern, Kelchblättern). (3) Metamorphose der Schmetterlinge (Larve, Raupe, Puppe, Imago).

(1) *Kristallbildung:* Die notwendigen materiellen Erscheinungsbedingungen (Medium) umfassen die gesättigte Mutterlauge, passende Temperatur- und Druckverhältnisse und mindestens einen Kristallisationskeim. Zu den im Wesensgesetz liegenden Notwendigkeiten gehören die Symmetriegesetze der dem Stoff entsprechenden Kristallklasse (kubische Symmetrie: alle Symmetrien eines Würfels). Zu den modifizierenden Bedingungen (Qualität) gehören unter anderem die Lösungsgenossen der Mutterlauge, der Temperatur- und Druckverlauf (Zeit und Bewegung): diese bestimmen, was für konkrete Kristallformen (Würfel, Oktaeder, Rhombendodekaeder etc.) in welcher Größe entstehen. Damit kann man sich einen Überblick möglicher Kristallisierungsverläufe unter den verschiedensten Erscheinungsbedingungen verschaffen.

(2) *Einjährige Pflanze:* Die notwendigen Erscheinungsbedingungen umfassen den Samen, geeignete Bodenverhältnisse (Wasser, Nährstoffe), Luft,

7. Abenteuer des Denkens: Vorstellendes und reines Denken

Licht- und Wärmeverhältnisse. Der konkrete Nährstoffgehalt sowie die klimatischen Verhältnisse im Großen wie im Kleinen sind modifizierende Randbedingungen für die konkrete Gestalt (Qualität). Diese durchläuft verschiedene Stadien (Metamorphosen), beginnend mit den Keimblättern, dem Stiel sowie den Sprossblättern, dann folgen die Kelch- und Blütenblätter, die Staub- und Fruchtblätter, die Frucht und die Samenbildung. Jedes dieser Stadien hat eine besondere Raumordnung oder Raumgestalt, ebenso wie der ganze Prozess eine Zeitordnung oder Zeitgestalt hat.

(3) *Schmetterling*: Die einzelnen Stadien der Erscheinung eines Schmetterlings (Ei, Larve, Raupe, Puppe, Imago) sind sehr verschieden: die Zeitgestalt offenbart eine komplexe Ordnung. Das Larvenstadium unterscheidet sich deutlich von der Imago (ausgewachsener Schmetterling im gewöhnlichen Sinne). Aus einem Ei und der Larve entsteht eine Raupe, die sich nach verschiedenen Häutungsprozessen zu einer unbeweglichen Puppe verwandelt, die auf ihrem Weg zu den imago-typischen Merkmalen selbst wieder Häutungsprozesse durchmachen kann. Innerhalb der Puppe lösen sich die räumlichen Strukturen der Raupe auf. Das so erscheinende flüssige organische Material ist dabei relativ zur konkreten Gestalt des entscheidenden (aus der Erscheinung gehenden) Stadiums (Raupe) und relativ zum erscheinenden Organismus (Imago) chaotisch – obwohl es als organische Substanz für sich genommen, relativ zu gewöhnlicher unorganischer Substanz, hochorganisiert ist. Hier verwandelt sich das Medium in eine Art Ursprungszustand zurück, in eine «formlose» Matrix, die «Raum» bietet für das Eingreifen einer neuen Erscheinungsgestalt, derjenigen der Imago.

7.4 Philosophische Übungen: aristotelische Ursachenlehre

Das Urbild der Ursache-Wirkungs-Beziehung ist ebenfalls das Verhältnis von Wesen zu Erscheinung (siehe dazu oben und Abschnitt 6.4). Unter Wesen wird hier zunächst die Einheit von Form (Struktur, Gesetz, Ordnung), Stoff (Kraft, Wirksamkeit) und Aktualisierung verstanden, also ein gesetzmäßiges Prinzip, das zugleich in sich reell wirksam ist und aktuell eine Wirksamkeit aus sich heraus entfalten kann (Aktualisierung). Eine Wirksamkeit außerhalb des Wesens bedarf eines Mediums, das sich für ein solches Wirksamwerden zur Verfügung stellt und damit ein Erscheinen des Wesens ermöglicht. Die Erscheinung, das Produkt der Auseinandersetzung des Wesens mit dem Medium, ist dann sowohl geprägt vom Wesen als auch vom Medium.

Die Ursachenlehre (Tabelle 7.2) ergibt sich aus der Betrachtung des Verhältnisses von Wesen, Erscheinung und Medium unter den Gesichtspunkten von Form und Inhalt. Als Ursachen im Rahmen der ideellen Beziehungen zwischen Wesen, Medium und Erscheinung gelten diejenigen Komponenten, die notwendige Vorbedingungen der Erscheinung sind, also Bedingungen, ohne die es nicht zu einer Erscheinung kommt. Für alle Ursachen gilt demnach: Ohne Ursachen keine Erscheinung (Wirkung). Alle solche Ursachen zusammen sind dann für die Erscheinung hinreichend: Die Präsenz aller Ursachen hat notwendig und hinreichend eine Erscheinung (Wirkung) zur Folge.

7. Abenteuer des Denkens: Vorstellendes und reines Denken

Tabelle 7.2: Kategorien der Ursachenlehre und Wesenslehre

Wesenslehre	Ursachenlehre
Wesensform	Die <i>Formursache</i> (<i>causa formalis</i>) ist das primäre strukturgebende Prinzip eines zur Erscheinung kommenden Wesens; sie wird auch <i>ideelle Notwendigkeit</i> einer Erscheinung genannt.
Wesenswirkung	Die <i>Wirkursache</i> (<i>causa efficiens</i>) ist das wirkende Prinzip eines zur Erscheinung drängenden Wesens; sie wird auch <i>reelle Notwendigkeit</i> einer Erscheinung genannt. Die Wirkursache kann unterschieden werden in das allen Wirkakten potentiell zugrundeliegende Realprinzip (Potenz, dynamis, <i>causa efficiens potentialis</i>) und die konkrete Akte bewirkende Ursache (Akt, energiea, <i>causa efficiens actualis</i>).
Medium	Die <i>Material- oder Stoffursache</i> (<i>causa materialis</i>) ist dasjenige konkrete Stoffgebiet, in dem das Wesen sich wirksam zur Erscheinung bringt; sie wird auch <i>materiale Notwendigkeit</i> oder <i>Medium</i> einer Erscheinung genannt.

In einem Wesen liegt sowohl die primäre *Formursache* (*causa formalis*) als auch die *Wirkursache* (*causa efficiens*) der Erscheinungen begründet, das heißt, sowohl das allgemeine ordnend-strukturgebende Prinzip (Wesensform, Wesensgesetz) als auch das wirkende Realprinzip (Wesensstoff, Wesenswille) der Erscheinungen. In einem Wesen bilden die Form- und die Wirkursache eine Einheit, demnach sind Formursache und Wirkursache zwei Seiten, zwei Aspekte eines und desselben Wesens.

Gemäß der Unterscheidung der Realmöglichkeit der Wirksamkeit eines Wesens von seiner Aktualisierung, muss auch bei einer *Wirkursache* (*causa efficiens*) unterschieden werden zwischen der *potentiellen Wirkursache* (*causa efficiens potentialis*) und der *aktuellen Wirkursache* (*causa efficiens actualis*). Aus einer potentiellen Wirkursache kann nicht auf eine aktuelle Wirkursache geschlossen werden. Umgekehrt jedoch liegt jeder aktuellen Wirkursache eine potentielle Wirkursache zugrunde.

Die dritte der klassischen aristotelischen Ursachen, die *Materialursache* (*causa materialis*), hat die notwendigen substantiellen (geistigen, physisch-mineralischen, etc.) Vorbedingungen einer Erscheinung oder Aktualisierung eines Wesens zum Inhalt. Sie umfasst das, was im Abschnitt 6.4 *Medium* genannt wurde und in der Universalienlehre als *res*, Sache, auftaucht (Abschnitt 10.3). Auf die vierte aristotelische Ursache, die *causa finalis*, wird an dieser Stelle nicht eingegangen, da sie spezifisch zum Handlungsbereich des Menschen gehört.

Die allgemeine Form eines erscheinenden Wesens kann auch als *ideelle Notwendigkeit* der Erscheinung bezeichnet werden und der Inhalt, der Wille oder die Wirksamkeit des Wesens als *reelle Notwendigkeit* der Erscheinung. Dies beleuchtet die Tatsache, dass das Verhältnis der Erscheinung zu ihrem Wesen das der *Notwendigkeit* ist: eine konkret vorliegende Erscheinung geht (ging) mit ideeller und reeller Notwendigkeit aus dem Wesen und mit materialer Notwendigkeit aus dem Medium hervor. Liegt die Erscheinung als gegebene vor, so ist sie in allen ihren grundlegenden Eigenschaften durch das zugrunde liegende Wesen und dessen gesetzmäßige Beziehungen zum Medium bestimmt. Alle nicht aus diesen Grundstrukturen ableitbaren Eigenschaften, die sogenannten akzidentellen oder unwesentlichen Eigenschaften, sind Folge des Materials, des Standorts, des Zeitpunktes, der Umgebung etc., kurz der konkreten Erscheinungs- oder Ermöglichungsbedingungen.

Übung: Wenden Sie die Ursachenlehre auf die Beispiele am Ende von Abschnitt 7.3 an.

Für ein weiteres Beispiel zur Anwendung dieser Ursachen innerhalb eines konkreten Zusammenhangs wird auf Abschnitt 22.4 verwiesen. Man beachte jedoch, dass es zum übenden Erfassen der Ursachenlehre als reine Ideenkon-

stellation nicht in erster Linie auf illustrierende Beispiele ankommt, sondern dass das *reine Denken* der entsprechenden sinnlichkeitsfreien Ideen und Bezüge bedarf.

7.5 Arithmetische Beispiele: Zahlengleichungen und Primzahlen

Übung: Was kann man sich denken, wenn man $2 + 2 = 4$ rechnet?

Zunächst muss *die Zahl 2* oder *die Zahl 4* von *den Zahlen* 2 bzw. 4 unterschieden werden, also die jeweils einzigartige Gesetzmäßigkeit von den vielen Erscheinungen derselben (siehe unten). Eine weitere Unterscheidung betrifft die *Zahlen* selbst und die zu ihrer Darstellung herangezogenen *Ziffern* oder *Zeichen*; in römischen Ziffern hätte man es zu tun mit II und IV und mit der Gleichung $II + II = IV$. – Ganz außer Acht bleibt der Aspekt der Darstellung des gewöhnlichen schulischen Rechnens im Zehnersystem: Im durch 1 und 0 ausgedrückten Dualsystem, oder Zweiersystem, hätte man es statt mit den Darstellungen 2 und 4 im Zehnersystem mit den Darstellungen 10 und 100 zu tun und entsprechend mit der Gleichung $10 + 10 = 100$ (*Übung*). – Hier werden jedoch nur die einst aus dem arabischen Raum stammenden gewohnten Ziffern verwendet.

Die Zahl 4, die *eine* Gesetzmäßigkeit 4, kann man verschieden darstellen, das heißt durch verschiedene Erscheinungen *der* Zahl 4 ausdrücken, etwa durch $1 + 3$, $3 + 1$, $2 + 2$, $1 + 1 + 2$ etc. Die hier mehrfach vorkommenden Zahlen 1 und 2 sind dabei jeweils Erscheinungen der nur für sich selbst stehenden, eben einzigartigen Zahlgesetzmäßigkeiten 1 und 2; von ersteren kann es beliebig viele geben, mit ihnen kann man rechnen. Mit den Zahlgesetzmäßigkeiten 1 und 2 dagegen kann man nicht rechnen, sie kann man nur miteinander in gedankliche Beziehungen setzen. Sie sind für sich genommen individuell und einmalig: sie sind reine Gesetzmäßigkeiten, die es jeweils nur einmal gibt. So kann man aus *der* Zahl 2 durch Addition von 2 nicht *die* Zahl 4 «machen», ich kann nur denken, dass ich die Zahlgesetzmäßigkeit 4 durch die Zahlen 4 oder etwa $2 + 2$ darstellen kann. Eine Gleichung der Form $2 + 2 = 4$ ist sinnlos, das heißt, nicht denkbar: Gesetzmäßigkeiten kann man *nicht* miteinander verrechnen, nur miteinander in Beziehung (Relation) bringen.

Was bedeutet dann die Gleichung $2 + 2 = 4$? Sie zeigt auf der Darstellungsebene die *Äquivalenz zweier möglicher Darstellungen* der Zahl 4, von denen es noch weitere gibt, wie bereits erwähnt: $4 = 3 + 1$, $4 = 1 + 1 + 2$ etc.

Damit kommen die Zahlen 2 und 4 (und ebenso 1 und 3 etc.) in *keiner* Rechnung explizit vor. Sie sind die allen Rechnungen zugrundeliegenden Gesetzmäßigkeiten mit den dazugehörigen Relationen zwischen den Zahlen. Sie sind *Vorbedingungen* des Rechnens. Man *rechnet* also mit *Darstellungen* von Zahlen, nicht mit den Gesetzmäßigkeiten der Zahlen selbst. Gleichungen zwischen Zahlen sind dann Beziehungen zwischen verschiedenen Darstellungen von Zahlen und drücken keine Beziehungen zwischen *den* Gesetzmäßigkeiten *der* Zahlen aus.

Für Kennerinnen und Kenner sei hinzugefügt: Dies gilt entsprechend auch für algebraische Darstellungen komplizierterer mathematischer Zusammenhänge durch Gleichungen oder Ungleichungen. Entsprechend betreffen auch die verschiedenen Zahlensysteme wie Dualsystem, Zehnersystem, Zwölfersystem etc. nur die Darstellungen von Zahlen, nicht diese selbst.

Übungsfrage: Welche Rolle spielen die Primzahlen im Zahlensystem der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4, ...? Wie viele Primzahlen gibt es?

Primzahlen sind Zahlen, die nur durch 1 und sich selbst ohne Rest teilbar sind. Eine Zahl n heißt *teilbar* ohne Rest durch eine Zahl d , wenn es eine Zahl

7. Abenteuer des Denkens: Vorstellendes und reines Denken

m gibt, sodass $n = m \cdot d$; falls n nur teilbar ist mit $d = 1$ (daraus folgt $n = m$), oder $d = n$ (daraus folgt $m = 1$), so heißt die Zahl eben eine *Primzahl*.

Nun gilt: Jede Zahl n größer als 2 ist entweder eine Primzahl oder ein (eindeutiges) Produkt von Primzahlen. Es wird an dieser Stelle nur die *Existenz* eines solchen Produktes gezeigt; für die *Eindeutigkeit* dieses Produktes bis auf die Reihenfolge der Faktoren wird auf elementare Darstellungen der Zahlenlehre verwiesen (zum Beispiel mehrfach im Internet zu finden). Diese Tatsache ist für die Zahlenlehre von solch großer Bedeutung, dass sie der *Fundamentalsatz der Zahlenlehre* (oder der Arithmetik) genannt wird. Dieser Satz gilt auch für alle ganzen Zahlen, das heißt für die natürlichen Zahlen 1, 2, 3, ... einschließlich der negativen ganzen Zahlen $-1, -2, -3, \dots$.

Der Beweis der *Existenz* dieser sogenannten *Primfaktorenzerlegung* geht im Wesentlichen folgendermaßen: Man gehe von irgendeiner Zahl $n > 2$ aus. Falls n keine Primzahl ist, so ist sie teilbar, also gilt, wie oben ausgeführt: $n = m \cdot d$, mit $d \neq 1$ und $d \neq n$. Falls m und d Primzahlen sind, also nur durch $d = 1$ oder durch sich selbst teilbar sind, so ist man fertig: Die Zahl n wurde in ein Produkt von Primzahlen zerlegt.

Andernfalls muss die Teilbarkeit von m und d weiter untersucht werden in ganz derselben Weise wie eben; daraus ergeben sich Teiler von m und d und damit neue Teiler von n . Falls diese neuen Teiler wieder Primzahlen sind, ist man wieder fertig, und falls das nicht der Fall ist, wird dieses Prozedere fortgesetzt. Da die Zahlen m und d , und auch deren allfällige Teiler alle kleiner als die Ausgangszahl n sind, kommt dieser Prozess notwendigerweise nach *endlich* vielen Schritten zu einem Ende, da man es ja hier nur mit den positiven ganzen Zahlen 1, 2, 3, ... zu tun haben. So ergibt sich etwa als Folge der Teiler die Zahlenreihe $p_1, p_2, p_3, \dots, p_k$, und damit gilt:

$$n = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_k,$$

wobei $k > 0$ ebenfalls eine Zahl ist. Es können alle Primzahlen mehrfach vorkommen, müssen es aber nicht, wie etwa bei $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ und $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ bzw. $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$.

Es wird nun gezeigt, dass es unendlich viele Primzahlen gibt. Dies ist ein indirekter Beweis: Man nimmt an, es gäbe nur *endlich* viele Primzahlen und zeigt dann, dass dies zu einem Widerspruch führt. Dabei werden unproblematische Vorannahmen nicht in Frage gestellt, sondern nur die genannte Annahme, und deshalb muss diese falsch sein, folglich gibt es unendlich viele Primzahlen (eine dritte Möglichkeit existiert nicht: *tertium non datur*).

Man nehme also an, es gäbe nur die Primzahlen $p_1, p_2, p_3, \dots, p_r, r > 0$ eine (endliche) Zahl. Nun bilde man die Zahl

$$p = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_r + 1.$$

Diese Zahl p ist durch keine der Zahlen $p_1, p_2, p_3, \dots, p_r$ teilbar, da zwar die Zahl $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_r$ etwa durch p_2 , nicht aber die addierte 1 (ohne Rest) durch p_2 teilbar ist. Hier hat man die unproblematische Voraussetzung verwendet, dass wenn die Zahl $a + b$ durch t teilbar ist, dann müssen sowohl a als auch b durch t teilbar sein und umgekehrt.

Da in diesen Überlegungen einzig die Voraussetzung der Endlichkeit der Anzahl von Primzahlen problematisch (ungeprüft und unplausibel) ist, und falls man nicht die Grundgesetze der Arithmetik, insbesondere die Teilbarkeitsgesetze positiver ganzer Zahlen, in Frage stellen will, so muss diese Voraussetzung falsch sein. Folglich gibt es unendliche viele Primzahlen.

7. Abenteuer des Denkens: Vorstellendes und reines Denken

Die letzten Beispiele machen deutlich, wieviel von einer präzisen Erfassung von Ideeninhalten abhängt. Man bleibt stecken und kommt nicht weiter, verwickelt sich in schwer aufzulösende Widersprüche, wenn genaue Bestimmungen vernachlässigt, als unwichtig eingestuft werden. Sie zeigen aber auch, wie eine hingebungsvolle Denktätigkeit, die sich über viele Hürden hinwegbewegt schließlich zu einem klaren und durchschaubaren Ziel kommen kann.

7.6 Reines Denken

Was in den übrigen Beobachtungssphären nur auf mittelbare Weise gefunden werden kann: der sachlich-entsprechende Zusammenhang und das Verhältnis der einzelnen Gegenstände, das wissen wir beim Denken auf ganz unmittelbare Weise. Warum für meine Beobachtung der Donner auf den Blitz folgt, weiß ich nicht ohne weiteres; warum mein Denken den *Begriff* Donner mit dem des Blitzes verbindet, weiß ich unmittelbar aus den Inhalten der beiden Begriffe. [...] Der Zusammenhang derer, die ich habe, ist mir klar, und zwar durch sie selbst. [III.16]

Ein Dreieck hat nur einen einzigen Begriff. Für den Inhalt dieses Begriffes ist es gleichgültig, ob ihn der menschliche Bewusstseinsträger *A* oder *B* fasst. Er wird aber von jedem der zwei Bewusstseinsträger in individueller Weise erfasst werden. [V.18]

Diesem Gedanken steht ein schwer zu überwindendes Vorurteil der Menschen gegenüber. Die Befangenheit kommt nicht bis zu der Einsicht, dass der Begriff des Dreieckes, den mein Kopf erfasst, derselbe ist, wie der durch den Kopf meines Nebenmenschen ergriffene. Der naive Mensch hält sich für den Bildner seiner Begriffe. Er glaubt deshalb, jede Person habe ihre eigenen Begriffe. Es ist eine Grundforderung des philosophischen Denkens, dieses Vorurteil zu überwinden. Der eine einheitliche Begriff des Dreiecks wird nicht dadurch zu einer Vielheit, dass er von vielen gedacht wird. [V.19]

Man sollte nur nicht verwechseln: «Gedankenbilder haben» und Gedanken durch das Denken verarbeiten. Gedankenbilder können traumhaft, wie vage Eingebungen in der Seele auftreten. Ein *Denken* ist dieses nicht. [III.Zusatz]

Von durch den Verfasser dieses Buches sehr geschätzter Seite ist diesem der Vorwurf gemacht worden, dass er mit seiner Ausführung über das Denken bei einem naiven Realismus des Denkens stehenbleibe, wie ein solcher vorliege, wenn man die wirkliche Welt und die vorgestellte Welt für eines hält. Doch der Verfasser dieser Ausführungen glaubt eben in ihnen erwiesen zu haben, dass die Geltung dieses «naiven Realismus» für das Denken sich aus einer unbefangenen Beobachtung desselben notwendig ergibt; und dass der für anderes nicht geltende naive Realismus durch die Erkenntnis der wahren Wesenheit des Denkens überwunden wird. [V.Zusatz 2]

Die mit dem Denken von Ideen gemachten Erfahrungen legen nahe, folgendes zu unterscheiden: Eine Art und Weise des Denkens, sein Charakter des Auftretens und Daseins, sein Wie des Erscheinens, kurz: die *Form* des Denkens. Die in dieser Form auftretenden und erlebten *Inhalte*, das Was des Denkens sind die gedachten, die tätig angeschauten Ideen, die das eigentliche Thema der vorangehenden Beispiele gewesen sind. Die Untersuchungen des vorliegenden

7. Abenteuer des Denkens: Vorstellendes und reines Denken

Abschnittes bieten einen ersten Einstieg in die Qualitäten des reinen Denkens, seine Form und seine Ideeninhalte; in den weiteren Folgen, vor allem in der 8. und 9. Folge, werden diese Betrachtungen weiter vertieft werden.

Übung: Beobachten Sie detailliert, was in Ihrem Bewusstsein vorgeht, sobald Sie jemand auffordert, über den Kreis nachzudenken.

Im Vorfeld des aktuellen Durchdenkens der Beispiele (Kreis, Winkelsumme des Dreiecks etc.) können Erinnerungen, spontane Einfälle, Freude, Angst, Assoziationen etc. auftauchen. Sie haben alle die gemeinsame Eigenschaft, einfach präsent zu sein oder sich ins Bewusstsein zu drängen, ohne irgendeinen tätigen Anteil des Subjekts. Sie mögen hilfreich sein, um überhaupt einen Einstieg ins Denken zu finden, – oder sie können demselben auch im Wege stehen, indem sie sich von selbst in einer Kette von Assoziationen weiter fortspinnen. Sie teilen weiter die Eigenschaft, dass sie keine aktuelle Klarheit bringen: sie bringen nur eine geborgte, aus vorigen Denkerfahrungen, aus Gewohnheiten stammende Vertrautheit mit den ins denkende Auge zu fassenden Inhalten.

Was ist mit genialen, blitzartig auftauchenden Einfällen? Sie sind in der Regel die frühreife Frucht ausdauernder und/oder wiederholter Beschäftigung mit einem Thema. Aber ihre nachhaltige Fruchtbarkeit zeigt sich erst durch ihre detaillierte Einbringung und Einbindung in mein aktuelles Denken. Für sich selbst führen sie nicht weiter. Sie stehen am Anfang und nicht am Ende von in die Tiefe gehenden umfassenden Einsichten.

Die tätig (und nicht bloß abwartende) Hinwendung zu den vorgeschlagenen Ideen und ganzen Ideenketten ermöglicht eine ganz andere Art der Erfahrung. Zunächst muss ich mich erst durchringen, von den am Ausgang stehenden Vorstellungen, Bildern, Formulierungen loszukommen, mich von ihnen zu befreien. Ich muss mich auf die reinen Relationen konzentrieren, bis ich sie eigenständig präsent halten und selbstständig (weiter) erkunden kann. Leitstern dabei ist die Klarheit, die aktuelle Einsicht und Durchschaubarkeit. Das geht bestenfalls mit einer Freude einher, eigenständig etwas, und sei es etwas noch so Einfaches, verstanden zu haben. Ich lerne so einen in sich selbst ruhenden, in sich selbst bestimmten Erfahrungsbereich kennen, der keiner weiteren, von außen kommender Erklärung bedarf.

Diese Art der Erfahrung des Denkens reiner Ideen unterscheidet sich grundlegend vom bloßen Haben von Gedanken. Erstens der *Form* nach: Reines Denken tritt nicht von selbst auf, und zweitens dem Inhalt nach: Die Inhalte des reinen Denkens enthalten keine direkt oder indirekt an die Sinne gebundenen Vorstellungsanteile (deshalb: *reine* Ideen). Und drittens: Ihre Inhalte verstehen sich durch sich selbst, bedürfen keiner Referenz auf außerhalb des Denkens liegende Erfahrungsinhalte.

Übung: Machen Sie Übungen zur Ablenkbarkeit des tätigen Denkens und seiner Wiederherstellung: Beginnen Sie einen Denkprozess und beobachten Sie das «Hereinfallen» von Assoziationen, Einfällen, Alltagsorgen, zu erledigende Alltagsaufgaben etc. An welchen Stellen passiert das meistens? Wie gelingt es Ihnen, die Denkfäden wieder in die eigene Hand zu nehmen? Was passiert dabei mit den sie ablenkenden sinnlichen oder seelischen Ereignissen? Wie endet Ihr Denkprozess?

Reines Denken kann somit folgendermaßen charakterisiert werden: Es ist der *Form* nach rein von Fremdeinflüssen, es tritt mit einer ihm eigenen Tätigkeit auf, welche sich gegenüber von selbst auftauchenden Gedanken, Vorstellungen, Gefühlen, Willensimpulsen etc. durchsetzen und sich von ihnen befreien muss. Zweitens ist dieses Denken dem Inhalt nach rein: Es befreit seinen Ideengehalt von aus der Sinneswelt entlehnten Komponenten (Vorstellungen,

Bilder, Worte, Sätze etc.) und beschäftigt sich allein mit Konstellationen von Relationen oder Strukturen. Derart gefasste Ideen werden *reine Ideen* genannt.

Für reine Ideen kann ebenfalls eine Unterscheidung nach Form und Inhalt vorgenommen werden: die *Form einer reinen Idee* betrifft ihre Art und Weise des Daseins, ihr Wie, ihre Anwesenheit, ihre Erscheinung im tätigen reinen Denken. Der *Inhalt einer reinen Idee*, ihr Was, sind die genannten reinen Relationen, die von sinnlichen Elementen befreiten Zusammenhänge (die in den Denkbeispielen hart erarbeiteten Einsichten). Letztere werden in den vorliegenden Betrachtungen auch *Gesetze* oder *Gesetzmäßigkeiten* genannt.

Der Ausdruck «Begriff» wird in den vorliegenden Betrachtungen zu «Die Philosophie der Freiheit» in der Regel vermieden, da er gegenwärtig meist eng an «Bezeichnung», «Wort», «Ausdruck» von oder für Denk- und Ideeninhalte geknüpft erlebt wird und nicht mehr die letzteren selbst meint. Dies steht im Kontrast zur Verwendung des Wortes «Begriff» noch im 19. und am Anfang des 20. Jahrhunderts. Diese alte Verwendungsweise dauerte jedoch längstens bis zur sogenannten «sprachphilosophischen Wende» in den fünfziger Jahren des vergangenen Jahrhunderts, in welcher Denkinhalte nahezu ganz «abgeschafft» wurden.

Reine Ideen haben noch zwei weitere charakteristische Kennzeichen, die ihnen, je nach vorherrschenden Gesichtspunkten, zukommen: Relativ zu den ihnen zuordbaren Vorstellungen oder Gegenständen sind sie *universell*, umfassen alle möglichen Ausgestaltungen der entsprechenden Inhalte (so trifft etwa das Kreisgesetz für alle konkreten Kreise zu). Für sich selbst genommen, unabhängig von ihren jeweiligen Anwendungsbereichen, also als bloße Denkerfahrungen, sind sie jeweils *individuell* und eigenständig. Sie sind auch unverwechselbar, nicht ineinander überführbar, aber mannigfaltig ineinander und untereinander zusammenhängend. So kann etwa das Gesetz des Kreises unter anderem mit geometrischen Gebilden wie Quadrat, Rechteck, Dreieck, Viereck, Kugel, Torus, Kegelschnitte etc. in Verbindung gebracht werden.

Ideen, so wie sie im tätigen Denken erfahren werden, können eigentlich nur hingenommen werden, so wie sie aktuell im Denken präsent sind. Eine Art *naiver Realismus*, der die Dinge so als wirklich nimmt, wie sie unmittelbar in eigentätiger Anschauung erfahren werden, ist hier angemessen. Sie können einfach als elementare Tatsachen des aktiven Denkens aufgefasst werden.

Zum Schluss ein methodischer Hinweis: In der Regel funktioniert es nicht, wenn man sich einfach hinsetzt und sich sagt: So, jetzt beginne ich rein zu denken – auch wenn man ganz genau zu wissen meint, was darunter zu verstehen ist. Es erweist sich als praktikabler, wenn man einfach einmal beginnt, mit demjenigen, mit dem man am Ehesten zurechtkommt (philosophische Beispiele, geometrische oder arithmetische Beispiele etc.) und sich dann im laufenden Prozess, gegen allfällige Widerstände und Ablenkungen hindurch, zu reinen Ideen emporarbeitet. Die «Ätherhöhe» reiner Ideen will immer wieder aus den Tiefen des Alltagslebens und -denkens heraus errungen werden – und da kann man immer da beginnen, wo man eben gerade sich befindet. Ansonsten setzt man sich gleich zu Beginn ein zu hohes Ziel, das man dann vielleicht aus lauter Respekt gar nicht in Angriff nimmt oder als schwer erreichbar einstuft.

Mit den oben durchgemachten Übungen ist man gut für den nächsten Schritt gerüstet: die Beobachtung des Denkens. Man hat genügend Erlebnis-material gesammelt, oder weiß zumindest, wie man an solches Material herankommt. Man kann jetzt zur konkreten Untersuchung des Denkens selbst, in Ergänzung zum Erfahren reiner Ideen, fortschreiten.